**Національний технічний університет України**

**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

**Фізико-математичний факультет**

**Домашня контрольна робота**

Виконав студ. Групи

Ткаченко Костянтин Олександрович Іп-з31

Київ 2025

**варіант 21**

**задача 1.03**

дано: x = at + bt² + ct³ a = 5 м/с b = 0,2 м/с² c = 0,1 м/с³ t₁ = 2 с t₂ = 4 с

знайти:

1. v(t₁)
2. v(t₂)
3. vсер

розв'язання:

1. для знаходження миттєвої швидкості потрібно взяти похідну від координати по часу: v(t) = dx/dt = a + 2bt + 3ct²

підставляємо значення констант: v(t) = 5 + 0,4t + 0,3t²

1. знаходимо швидкість при t₁ = 2 с: v(2) = 5 + 0,4·2 + 0,3·2² = 5 + 0,8 + 1,2 = 7 м/с
2. знаходимо швидкість при t₂ = 4 с: v(4) = 5 + 0,4·4 + 0,3·4² = 5 + 1,6 + 4,8 = 11,4 м/с
3. середня швидкість визначається як відношення переміщення до часу: vсер = (x₂ - x₁)/(t₂ - t₁)

знаходимо координати в моменти часу t₁ і t₂:

x(2) = 5·2 + 0,2·2² + 0,1·2³ = 10 + 0,8 + 0,8 = 11,6 м x(4) = 5·4 + 0,2·4² + 0,1·4³ = 20 + 3,2 + 6,4 = 29,6 м

vсер = (29,6 - 11,6)/(4 - 2) = 18/2 = 9 м/с

відповідь:

1. v(t₁) = 7 м/с
2. v(t₂) = 11,4 м/с
3. vсер = 9 м/с

**задача 1.17**

дано: ε = -2 рад/с² n₁ = 4 с⁻¹ n₂ = 1,5 с⁻¹

знайти:

1. n - кількість обертів
2. t - час

розв'язання:

1. спочатку переведемо частоту обертання в кутову швидкість: ω₁ = 2πn₁ = 2π·4 = 8π рад/с ω₂ = 2πn₂ = 2π·1,5 = 3π рад/с
2. при рівноприскореному обертанні: ω = ω₀ + εt звідси знаходимо час: t = (ω₂ - ω₁)/ε = (3π - 8π)/(-2) = 2,5π с
3. кількість обертів знаходимо через кут повороту φ: φ = ω₁t + (εt²)/2 n = φ/(2π)

підставляємо значення: φ = 8π·2,5π + (-2·(2,5π)²)/2 φ = 20π² - 6,25π² φ = 13,75π² рад

n = 13,75π²/(2π) = 13,75π/2 ≈ 21,6 обертів

відповідь:

1. n ≈ 21,6 обертів
2. t = 2,5π с ≈ 7,85 с

**задача 1.21**

дано: m₁ = 200 г = 0,2 кг m₂ = 300 г = 0,3 кг t = 1 с g = 9,81 м/с²

знайти: s - шлях вантажів за 1 с

розв'язання:

1. оскільки нитка нерозтяжна і перекинута через нерухомий блок, то шлях, який пройдуть обидва вантажі, буде однаковим за величиною.
2. при цьому більш важкий вантаж m₂ буде опускатися, а легший m₁ - підніматися.
3. для знаходження шляху використаємо формулу рівноприскореного руху: s = (at²)/2 де a - прискорення системи
4. знайдемо прискорення системи, використовуючи другий закон ньютона: (m₂ - m₁)g = (m₁ + m₂)a

звідси: a = g(m₂ - m₁)/(m₁ + m₂) a = 9,81(0,3 - 0,2)/(0,2 + 0,3) = 9,81·0,1/0,5 = 1,962 м/с²

1. тепер можемо знайти шлях: s = (1,962·1²)/2 = 0,981 м

відповідь: кожен вантаж пройде шлях s = 0,981 м за першу секунду руху

**задача 1.38**

дано: m₁ = 1 кг (маховик) m₂ = 200 г = 0,2 кг (шків) m₃ = 500 г = 0,5 кг (гиря) r = 5 см = 0,05 м (радіус шківа) r = 40 см = 0,4 м (радіус маховика) n = 5 об/с (кінцева кутова швидкість) g = 9,81 м/с²

знайти: t - час досягнення заданої швидкості

розв'язання:

1. переведемо частоту обертання в кутову швидкість: ω = 2πn = 2π·5 = 10π рад/с
2. момент інерції системи: i = m₁r² + m₂r² (момент інерції маховика + момент інерції шківа) i = 1·(0,4)² + 0,2·(0,05)² = 0,16 + 0,0005 = 0,1605 кг·м²
3. момент сили тяжіння гирі: m = m₃gr = 0,5·9,81·0,05 = 0,24525 н·м
4. використаємо основне рівняння динаміки обертального руху: m = iε, де ε - кутове прискорення ε = m/i = 0,24525/0,1605 = 1,528 рад/с²
5. при рівноприскореному обертанні з нульовою початковою швидкістю: ω = εt t = ω/ε = 10π/1,528 ≈ 20,6 с

відповідь: t ≈ 20,6 с

**задача 1.45**

дано: m₁ = 4 кг m₂ = 4 кг v₁ = 3 м/с v₂ = -8 м/с (знак мінус, бо рух назустріч)

знайти: δe - енергія деформації

розв'язання:

1. при непружному ударі частина кінетичної енергії переходить у внутрішню (енергію деформації). енергія деформації = початкова кінетична енергія - кінцева кінетична енергія
2. початкова кінетична енергія системи: e₁ = (m₁v₁² + m₂v₂²)/2 e₁ = (4·3² + 4·8²)/2 = (36 + 256)/2 = 146 дж
3. для знаходження кінцевої швидкості використаємо закон збереження імпульсу: m₁v₁ + m₂v₂ = (m₁ + m₂)u, де u - кінцева швидкість 4·3 + 4·(-8) = 8u 12 - 32 = 8u u = -2,5 м/с
4. кінцева кінетична енергія: e₂ = (m₁ + m₂)u²/2 e₂ = 8·(-2,5)²/2 = 8·6,25/2 = 25 дж
5. енергія деформації: δe = e₁ - e₂ = 146 - 25 = 121 дж

відповідь: δe = 121 дж

**задача 1.54**

дано: r = 15 мм = 0,015 м m = 5 г = 0,005 кг h = 30 см = 0,3 м h₁ = 10 см = 0,1 м ρ\_води = 1000 кг/м³ g = 9,81 м/с²

знайти: q - кількість теплоти

розв'язання:

1. об'єм кульки: v = 4πr³/3 = 4·3,14·(0,015)³/3 = 1,413·10⁻⁵ м³
2. сила архімеда: f\_а = ρgv = 1000·9,81·1,413·10⁻⁵ = 0,1386 н
3. вага кульки: p = mg = 0,005·9,81 = 0,049 н
4. початкова потенціальна енергія (на глибині h): e₁ = (f\_а - p)h = (0,1386 - 0,049)·0,3 = 0,02688 дж
5. кінцева потенціальна енергія (на висоті h₁): e₂ = mgh₁ = 0,005·9,81·0,1 = 0,00491 дж
6. різниця енергій пішла на тепло: q = e₁ - e₂ = 0,02688 - 0,00491 = 0,02197 дж

відповідь: q = 0,022 дж (≈ 22 мдж)

**задача 1.62**

дано: φ₀ = 0 x₁ = 2,4 см = 0,024 м v₁ = 3 см/с = 0,03 м/с x₂ = 2,8 см = 0,028 м v₂ = 2 см/с = 0,02 м/с

знайти: a - амплітуда t - період

розв'язання:

1. для гармонічних коливань справедливі рівняння: x = a·cos(ωt) v = -aω·sin(ωt)
2. з цих рівнянь отримуємо: v² + ω²x² = a²ω²
3. записуємо систему рівнянь для двох точок: v₁² + ω²x₁² = a²ω² v₂² + ω²x₂² = a²ω²
4. прирівнюємо праві частини: v₁² + ω²x₁² = v₂² + ω²x₂²
5. підставляємо значення: (0,03)² + ω²(0,024)² = (0,02)² + ω²(0,028)² 0,0009 + 0,000576ω² = 0,0004 + 0,000784ω² 0,0005 = 0,000208ω² ω² = 2,404 с⁻² ω = 1,55 с⁻¹
6. тепер можемо знайти амплітуду з будь-якого рівняння: a²ω² = v₁² + ω²x₁² a² = (0,03)² + (1,55)²(0,024)² a² = 0,0009 + 0,001384 a = √0,002284 = 0,0478 м ≈ 4,8 см
7. період знаходимо через кутову частоту: t = 2π/ω = 2·3,14/1,55 = 4,05 с

відповідь: a ≈ 4,8 см t ≈ 4,05 с

**задача 1.76**

дано: v = 100 м/с x = 1 м (відстань між точками з протилежними фазами)

знайти: v - частота коливань

розв'язання:

1. точки з протилежними фазами відрізняються на π радіан. найменша відстань між такими точками дорівнює половині довжини хвилі: x = λ/2 де λ - довжина хвилі
2. звідси знаходимо довжину хвилі: λ = 2x = 2·1 = 2 м
3. використовуємо формулу зв'язку швидкості хвилі, частоти і довжини хвилі: v = λv
4. виражаємо частоту: v = v/λ = 100/2 = 50 гц

відповідь: v = 50 гц